

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO
DIVISIÓN DE AGRONOMÍA
DEPARTAMENTO FORESTAL



Tabla de Volumen para *Pinus montezumae* Lamb., para
Temascalcingo, Estado de México

Por:

JUAN HERNÁNDEZ JUÁREZ

TESIS

Presentada como requisito parcial para obtener el título de:

INGENIERO FORESTAL

Saltillo, Coahuila, México

Junio de 2018

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO
DIVISIÓN DE AGRONOMÍA
DEPARTAMENTO FORESTAL

Tabla de Volumen para *Pinus montezumae* Lamb., para
Temascalcingo, Estado de México

Por:

JUAN HERNÁNDEZ JUÁREZ

TESIS

Presentada como requisito parcial para obtener el título de:

INGENIERO FORESTAL

Aprobada por el Comité de Asesoría:

M.C. Héctor Darío González López

Asesor Principal

Dr. Jorge Méndez González

Coasesor

M.C. José Armando Nájera Castro

Coasesor

Dr. Gabriel Gallegos Morales

Coordinador de la División de Agronomía

Saltillo, Coahuila, México

Junio de 2018

DEDICATORIAS

*A mi madre **Juliana Casimira Juárez Hernández**, gracias mamá por todo lo que hiciste y fuiste capaz de hacer por mí, por todo el amor que me das, sin ti no sería quien soy, nunca olvides que eres lo máspreciado que tengo en esta vida. A mi padre **Porfirio Juan Hernández González†** quien fue mi gran ejemplo a seguir. A mis hermanos quienes me han enseñado el ejemplo de mis padres, cada uno con su apoyo y enseñanza, yo sé que no les acabaría de agradecerles todo el amor y apoyo que cada uno de ustedes me a dando.*

*En especial aquel hermano quien ha sido ejemplo de superación y motivo de seguir adelante “primero yo después yo y hasta el último yo” palabras que siempre renegué pero que comprendí, gracias **Adán Hernández Juárez**.*

*A ti hermano, quien me ha dicho primero fueron mis hermanos después mi familia, quien ha sido padre y hermano para mí, **Pablo Hernández Juárez**, gracias hermano por estar conmigo en los momentos difíciles.*

*A aquel hermano quien nos demostró que las ilusiones existen, recuerdos que nunca se olvidan, **Pedro Hernández Juárez**, nunca te olvides que adonde quiera que vayas siempre esperamos que estés con nosotros.*

*A mis hermanas quienes han sido mi gran apoyo, a aquella hermana, quien fue mi gran apoyo cuando lo necesite, yo sabía que pasara lo que pasaran iba a estar para ayudarme **Juliana Hernández Juárez**.*

*A mi hermana **Beatriz Hernández Juárez** quien estuvo siempre que la necesitaba, quien fue mi consuelo en aquellos tiempos de niñez.*

*A mi hermana quien es ejemplo de superación, demostración de fuerza y trabajo, quien cae pero se levanta y más fuerte que como cuando cayó **Dionisia Hernández Juárez**.*

*Y por último el gran ejemplo a seguir quien ha sido ejemplo de todo lo anterior, quien ha sido hermana, hermano, padre y madre, quien me ha brindado un gran apoyo para que yo sea lo que soy, tal vez nunca te acabe de agradecer lo que has hecho por mi **Petra Hernández Juárez**.*

ÍNDICE DE CONTENIDO

ÍNDICE DE CUADROS.....	I
ÍNDICE DE FIGURAS.....	II
RESUMEN.....	III
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Objetivos	3
2. REVISIÓN DE LITERATURA	4
2.1. Tablas de volumen.....	4
2.1.1. Tipos de tablas de volumen	4
2.1.2. Importancia de las tablas de volumen.....	5
2.2. Métodos para la estimación del volumen individual.....	5
2.2.1. Método gráfico	6
2.2.2. Método de desplazamiento de líquidos.....	6
2.2.3. Método analítico.....	7
2.2.3.1. Análisis troncal	7
2.3. Métodos para la elaboración de tablas de volumen.....	8
2.3.1. Métodos indirectos	8
2.3.2. Métodos directos	9
2.3.2.1. Método gráfico.....	9
2.3.2.2. Métodos estadísticos	9
2.4. Estadísticos para la selección de modelos de volumen	10
2.5. Factor de corteza	10
2.6. Antecedentes	11
3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	15

3.1.	Ubicación del área de estudio.....	15
3.2.	Selección del arbolado.....	17
3.3.	Análisis troncal.....	17
3.4.	Procesamiento de datos	18
3.5.	Obtención del volumen	19
3.6.	Estimación del diámetro con corteza.....	21
3.7.	Modelos ajustados	21
3.8.	Criterios de selección del modelo	22
4.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	24
4.1.	Estadística descriptiva de los 16 árboles de <i>P. montezumae</i>	24
4.2.	Ecuación para la estimación del diámetro con corteza.....	25
4.3.	Ajuste de los modelos para la elaboración de las tablas de volumen.....	27
4.3.1.	Selección del modelo	29
4.4.	Tablas de volumen con y sin corteza.....	35
5.	CONCLUSIONES.....	37
6.	RECOMENDACIONES.....	38
7.	LITERATURA CITADA	39
8.	ANEXOS	45

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Modelos seleccionados para la obtención de la ecuación de volumen para <i>P. montezumae</i>	22
Cuadro 2. Estadística descriptiva de las variables dendrométricas de <i>P. montezumae</i>	24
Cuadro 3. Análisis de varianza del modelo lineal que estima el diámetro con corteza a diferentes alturas.	26
Cuadro 4. Estadísticos de los parámetros estimados para predecir el diámetro con corteza a diferentes alturas.....	26
Cuadro 5. Estadísticos de los modelos ajustados para la construcción de la tabla de volumen sin corteza para <i>P. montezumae</i>	28
Cuadro 6. Volúmenes estimados por las ecuaciones de Hidalgo y Puebla, comparados con la ecuación generada para <i>P. montezumae</i> , en Temascalcingo, Estado de México.....	33
Cuadro 7. Tabla de volumen sin corteza para <i>P. montezumae</i> para Temascalcingo, Estado de México.....	35
Cuadro 8. Tabla de volumen con corteza para <i>P. montezumae</i> para Temascalcingo, Estado de México.....	36

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Determinación del volumen fustal por el método gráfico	6
Figura 2. Representación gráfica del perfil del fuste de <i>P. montezumae</i> en Temascalcingo, Estado de México, generado a partir de análisis troncal.....	7
Figura 3. Localización del área de estudio, San Mateo el Viejo, Temascalcingo, Estado de México.....	16
Figura 4. Medición de los periodos de crecimiento a cada 5 años.....	18
Figura 5. Residuos del modelo lineal ($D_{cch} = 0.17777 + 1.07716 * D_{sch}$) para predecir el diámetro con corteza de <i>P. montezumae</i>	27
Figura 6. Diagramas de dispersión de los modelos ajustados para la elaboración de la tabla de volumen.....	29
Figura 7. Residuos estudentizados de la ecuación de Spurr para predecir el volumen sin corteza para <i>P. montezumae</i>	31
Figura 8. Relación entre la variable dependiente $\ln(\text{Volumen})$ y la variable independiente $\ln(D^2H)$ de <i>P. montezumae</i>	32
Figura 9. Gráfico de volúmenes sin corteza, estimados por tres diferentes ecuaciones, generadas para <i>P. montezumae</i>	34

RESUMEN

La estimación de la cantidad de madera contenida en un árbol es de gran importancia en el manejo forestal. El objetivo del presente estudio fue elaborar una tabla de volumen (con y sin corteza) para *Pinus montezumae* Lamb, a partir de la metodología de análisis troncal. El análisis troncal se realizó a partir de una muestra de 16 árboles, de categorías diamétricas de 15 a 70 cm. Para generar la ecuación de volumen, se ajustaron los modelos siguientes: Australiana, Spurr aritmético, Meyer modificado, Schumacher, Spurr exponencial y De Thornber, el ajuste de dichos modelos se realizó con la ayuda del paquete estadístico SAS 9.3, mediante el comando PROC REG. Los resultados encontrados indicaron que los modelos no lineales presentan un mejor ajuste, con coeficientes de determinación ajustados (R^2_{aj}) de 0.94 y con parámetros estimados altamente significativos. El modelo seleccionado para la elaboración de la tabla de volumen fue el modelo de Spurr en su versión logarítmica. La ecuación obtenida para estimar el volumen fue $V = 0.000095 * (D^2H)^{0.93787}$.

Palabras clave: Tabla de volumen, análisis troncal, modelos.

Correo electrónico: Juan Hernández Juárez ifuan27@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

Se calcula que el área total de bosques del mundo es de aproximadamente 4000 millones de hectáreas, estos representan el 31 por ciento de la superficie total de la tierra; Rusia, Brasil, Canadá, Estados Unidos de América y China en conjunto poseen más de la mitad del total de áreas de bosques del mundo (FAO, 2010). En el caso de México este ocupa el doceavo lugar con alrededor de 64 millones de hectáreas de bosques de clima templado y selvas, los cuales abarcan el 32 por ciento del territorio nacional (Torres, 2004).

En lo que respecta a los bosques templados de coníferas, mixtos y de latifoliadas, estos ocupan el 23 por ciento de la superficie forestal nacional y el 49 por ciento de la superficie forestal arbolada (CONAFOR, 2012). Se estima que la superficie arbolada con potencial para la producción comercial sostenible es de 22 millones de hectáreas, de las cuales 11 millones corresponden a bosques de coníferas y latifoliadas (Torres, 2004).

El potencial forestal que posee México, hace evidente la necesidad de contar con herramientas silvícolas sencillas y prácticas, que permitan la obtención de valores precisos en cuanto al volumen existente de las diferentes especies forestales, esto es esencial para la planificación de los aprovechamientos forestales y su ordenación sostenible (Machado *et al.*, 2003).

Una de las variables a conocer para llevar a cabo un adecuado manejo y aprovechamiento forestal maderable, es el volumen de los árboles en pie, antes de que estos sean derribados (Acosta y Carrillo, 2008), de esta manera los manejadores de los recursos forestales pueden calcular los volúmenes a extraer de las áreas de aprovechamiento.

Da Cunha y Guimarães (2009), definen al volumen como la variable que indica en unidades de metros cúbicos la cantidad de madera contenida en un árbol, por lo tanto las tablas de volumen nos permiten conocer el volumen individual y así, poder estimar el volumen existente por hectárea o rodal (Carrillo *et al.*, 2004).

El término tabla de volumen es usado frecuentemente para referirse a un modelo matemático que puede predecir el volumen del fuste a partir de la medición del diámetro

normal y la altura (Prodan *et al.*, 1997; Cancino, 2012), estas son presentadas en forma de tabulación y muestran el volumen promedio de los árboles individuales en pie (Armendáriz *et al.*, 2003a).

En la actualidad la mayoría de las tablas de volúmenes son construidas a partir de datos obtenidos de mediciones directas, ya sea por troceo simulado con arbolado en pie o mediante el derribo y cubicación de las diferentes trozas que componen a un árbol (tocón, fuste, punta, ramas), pero este procedimiento implica la medición de un gran número de árboles (Cancino, 2012), por lo cual se tienen que implementar metodologías que se basen en la medición y derribo de un menor número de árboles, y con ello facilitar la elaboración de las mismas.

El análisis troncal aparece como una alternativa por medio del cual es posible generar la información necesaria para la elaboración de una tabla de volumen, esto se logra a partir de la medición de los anillos de crecimiento de diferentes secciones transversales de un árbol (Imaña y Encinas, 2008). Mediante esta metodología es posible generar mayor información, no solo del volumen sino también del crecimiento e incremento que tiene un árbol durante toda su vida (Klepac, 1976).

Entre los diferentes métodos para la construcción de tablas de volumen se tienen los métodos directos e indirectos (Cailliez, 1980; Prodan *et al.*, 1997). Actualmente, las tablas de volumen son construidas a partir de métodos directos, ya sea mediante la información generada de mediciones realizadas con arbolado en pie, mediante el derribo y cubicación de las diferentes trozas o por análisis troncal (Aguilar y Velarde, 2001).

En el Estado de México se cuentan con tablas de volumen pero a nivel género, por lo que el uso de estas puede no ser adecuado, debido a que los hábitos de crecimiento y desarrollo de cualquier especie depende de diversos factores ambiente, por lo tanto se tiene que contar con diferentes tablas de volumen para la misma especie, pero para diferentes áreas o regiones (Cailliez, 1980; Armendáriz *et al.*, 2003b).

1.1. **Objetivos**

Objetivo general

Elaborar una tabla de volumen de fuste total con y sin corteza, mediante análisis troncal para *Pinus montezumae* Lamb., como herramienta silvícola para la ejecución de los programas de manejo forestal de la región de Temascalcingo, México.

Objetivo específico

Ajustar modelos matemáticos que permitan estimar el volumen unitario para *Pinus montezumae* para la región de Temascalcingo, México.

Hipótesis

El volumen unitario de *Pinus montezumae* puede ser estimado mediante modelos matemáticos usando variables dendrométricas.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. Tablas de volumen

Las tablas o funciones de volumen dan una estimación del volumen promedio de un árbol o grupos de árboles, mediante la correlación de variables independientes que son fáciles de medir en campo (Cailliez, 1980).

Cancino (2012), define a las funciones de volumen como una ecuación que relaciona la variable volumen con otras variables fáciles de medir, como lo es el diámetro normal y la altura.

Acosta y Carrillo (2008), mencionan que las tablas de volumen son la principal herramienta silvícola que permite el estricto control de los aprovechamientos maderables, además de que estas permiten a los Prestadores de Servicios Técnicos Forestales estimar el volumen de las cosechas anuales, simplemente midiendo el diámetro y la altura.

2.1.1. Tipos de tablas de volumen

Existe una gran cantidad de clasificaciones de tablas de volumen, entre las que podemos encontrar; tablas de volumen local, regional, de razón, estándar, de una entrada, de dos entradas y tarifas comerciales. Cada una de ellas recibe su nombre dependiendo de los criterios que fueron considerados para su elaboración, como lo es: el número de variables, procedimiento de construcción, extensión geográfica de aplicación, unidades en las que se construyó, tipo de material taxonómico y si es aplicable a árboles individuales o, a masas forestales (Cailliez, 1980; Prodan *et al.*, 1997; Romahn y Ramírez, 2010).

Prodan et al. (1997) definen a las tablas de volumen local como; aquella ecuación que relaciona el volumen del árbol con solo una variable independiente, que por lo general es el diámetro normal, mientras que las tablas de volumen regional se basan en dos o más dimensiones del árbol y en algunos casos se usa un factor de forma.

Cailliez (1980), clasifica a las tablas de volumen como tarifas individuales y de rodal, como el nombre lo indica, la primera nos permite estimar el volumen por árbol, mientras que las tarifas de rodal nos permiten estimar el volumen de un grupo de árboles.

2.1.2. Importancia de las tablas de volumen

Romahn y Ramírez (2010), señalan que las tablas de volumen tienen una gran importancia, ya que estas contribuyen al fundamento de los inventarios forestales, lo que a su vez es la base de la silvicultura y de los programas de manejo forestal.

Arteaga (2001), menciona que las tablas de volumen son la herramienta más utilizadas para la generación de conocimiento en los estudios de crecimiento y producción de masas forestales, sujetas a algún régimen de cultivo.

La estimación del volumen comercial de árboles individuales de un rodal, constituyen una herramienta básica de los inventarios forestales, ya que esto es indispensable para la planificación del manejo forestal (Corral *et al.*, 2008).

2.2. Métodos para la estimación del volumen individual

Para la realización de una ecuación de volumen, se requiere determinar directamente el volumen individual de un número suficiente de árboles, para ello existen métodos tales como: el método gráfico, método de desplazamiento de líquidos y el método analítico, estos métodos nos permiten obtener volúmenes individuales al sumar el volumen de cada uno de los componentes que conforman al árbol (base, fuste, punta, ramas) (Cailliez, 1980; Cancino, 2012).

La determinación del volumen individual es una de las tareas difíciles pero necesarias, ya que a partir de esto es posible ajustar modelos matemáticos que relacionen el volumen con otras variables auxiliares (Picard *et al.*, 2012).

2.2.1. Método gráfico

El método gráfico consiste en graficar el diámetro al cuadrado (d^2) en el eje de las “y” con la altura de cada sección del fuste (h) en el eje de las “x”, estos puntos se unen quedando un área semejante al perfil de un fuste (Figura 1), posteriormente se determina el factor de volumen (m^3 representados por cada cm^2) (Cancino, 2012).

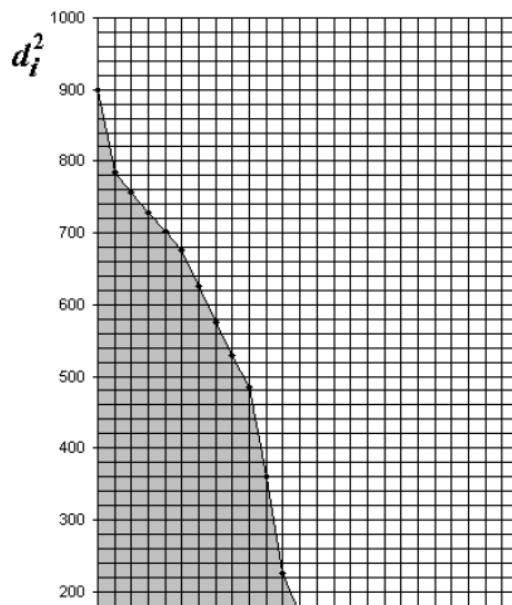


Figura 1. Determinación del volumen fustal por el método gráfico (Cancino, 2012)

2.2.2. Método de desplazamiento de líquidos

Este método se basa en la medición del líquido que es desplazado al sumergir completamente alguna pieza del árbol en agua, la cual se encuentra contenida en un recipiente (Xilómetro); este método es de los más exactos ya que es posible cubicar piezas que tenga una forma irregular (Romahn y Ramírez, 2010; Cancino, 2012).

2.2.3. Método analítico

El método analítico asume que la forma del fuste ya sea total o seccionado se asemejan a sólidos geométricos (tipos dendrométricos), a partir de los cuales es posible calcular el volumen de cada componente (tocón, fuste y punta); para cada tipo dendrométrico se tiene una fórmula específica (Cancino, 2012).

Romahn y Ramírez (2010), mencionan que para la cubicación de la base del árbol puede ser utilizada la fórmula del neiloide, mientras que para las diferentes secciones del fuste estas pueden ser cubicadas mediante la fórmula de Smalian, Huber o con la fórmula de Newton, y finalmente, para la cubicación de la punta se usa la fórmula del cono. La precisión de cada una de las formulas mencionadas, dependerá en gran medida, de que tan parecidas sean las formas de las secciones del árbol con los tipos dendrométricos (Cancino, 2012).

2.2.3.1. Análisis troncal

La metodología de análisis troncal resulta ser útil para la obtención de los volúmenes individuales a partir del método analítico, ya que a partir de esta metodología es posible reconstruir las diferentes partes del fuste, las cuales se asemejan a los diferentes tipos dendrómetros (Figura 2).

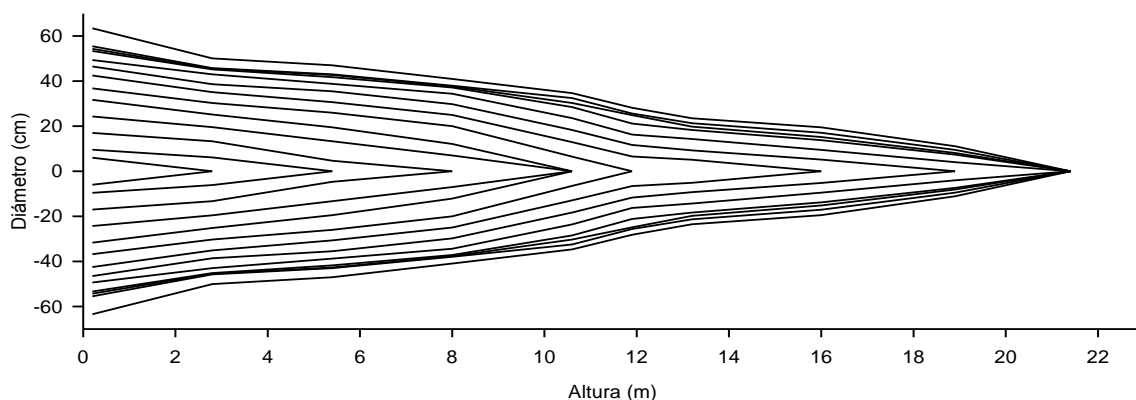


Figura 2. Representación gráfica del perfil del fuste de *P. montezumae* en Temascalcingo, Estado de México, generado a partir de análisis troncal (elaboración propia, 2018)

Klepac (1976), define al análisis troncal como el procedimiento por el cual es posible reconstruir el crecimiento e incremento de un árbol durante toda su vida o en un determinado tiempo.

El crecimiento de algunas especies como lo son las coníferas, puede ser apreciado gracias a que estas desarrollan anillos anuales, estos se usan para determinar el incremento en diámetro; con lo cual es posible calcular el área basal, de esta manera se logra estimar el incremento en volumen del árbol al final de cada periodo (Klepac, 1976).

Para llevar a cabo el análisis troncal se debe obtener la primera rodaja a la altura de apeo (20-30 cm) y la segunda a 1.30 m; esta rodaja es la de mayor importancia puesto que de ella se puede obtener una mayor cantidad de información (Klepac, 1976), mientras que las rodajas restantes pueden ser obtenidas a diferentes alturas, ya que a partir de cualquier parte del fuste es posible determinar el incremento en volumen (Prodan *et al.*, 1997).

Cabe mencionar que la metodología de análisis troncal no únicamente es útil para el cálculo del crecimiento e incremento en diámetro, altura, área basal, volumen o para obtener la edad de los árboles, sino que también proporciona información para diversos estudios, entre los que podemos encontrar, estudios dendrocronológicos, con los cuales es posibles reconstruir las condiciones climatológicas pasadas mediante árboles longevos (Imaña y Encinas, 2008).

2.3. Métodos para la elaboración de tablas de volumen

2.3.1. Métodos indirectos

Los métodos indirectos fueron de los primeros en usarse, estos consistían en usar factores de forma y curvas de ahusamiento (conicidad), de manera que estos relacionaban el volumen de los árboles con los coeficientes mórficos y que después se relacionaban para diferentes valores de diámetros a la altura de pecho (DAP) y alturas, en la actualidad estos métodos han sido remplazados por los métodos directos (Estrada, 1997; Aguilar y Velarde, 2001).

2.3.2. Métodos directos

2.3.2.1. Método gráfico

Este método consiste en graficar los árboles de acuerdo a su volumen estimado en el eje de las “y”, y la variable diámetro o altura en función del volumen en el eje de las “x”; con lo cual se obtiene una gráfica de dispersión, posteriormente se dibuja a mano la curva o curvas que se ajuste a la dispersión de los puntos dibujados, este método resulta ser muy impráctico, ya que se debe calcular la precisión de cada curva dibujada (Cailliez, 1980).

El modo de evaluar la precisión de este método, es mediante el índice de diferencia agregada (D.A) y mediante el porcentaje de la desviación medias (P.D.M). Se considera que si el valor obtenido de la $D.A < 1 \%$ es aceptable, mientras que el porcentaje de la desviación media, se acepta si $P.D.M < 10 \%$ (Estrada, 1997).

2.3.2.2. Métodos estadísticos

Los métodos estadísticos han tenido una mayor utilización, ya que gracias al avance tecnológico es posible realizar los análisis de regresión y correlación de una manera rápida y sencilla (Salas *et al.*, 2003).

En el método de análisis de regresión se utilizan tanto modelos lineales como no lineales; los modelos lineales son ajustados mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios o ponderados, mientras que para los modelos no lineales se utilizan métodos de ajuste no lineal, aunque algunos modelos no lineales pueden ser transformados a su forma lineal por medio del uso de logaritmos, de esta manera se facilita el ajuste de dichos modelos (Picard *et al.*, 2012; Cancino, 2012).

Se debe tener en cuenta que el modelo elegido para la elaboración de una tabla de volumen tiene que cumplir con los supuestos de la regresión lineal, esto es: homocedasticidad, autocorrelación y multicolinealidad (Picard *et al.*, 2012). El principal problema que se tiene con los modelos para la estimación de biomasa y volumen es la homocedasticidad, este error puede ser corregido por medio de una regresión ponderada

o transformando las variables usadas a su forma logarítmica (Barrena, 1988; Ramos *et al.*, 2012; Hernández *et al.*, 2017).

2.4. Estadísticos para la selección de modelos de volumen

La mayoría de los autores que han elaborado tablas de volumen coinciden en el uso de algunos estadísticos para la selección del mejor modelo, los más utilizados por dichos autores son: coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}), suma de cuadrados del error (SCE), cuadrado medio del error (CME), coeficiente de variación (CV), Índice de Furnival (*IF*), error estándar (S_x) y el error relativo absoluto en porcentaje ($S_x \%$), (Machado *et al.*, 2003; Contreras y Návar, 2004; Da Cunha *et al.*, 2009b; Hernández, 2013; Hernández *et al.*, 2017).

2.5. Factor de corteza

El volumen de la corteza representa en promedio del 10 al 20 % del volumen de un árbol (Prodan *et al.*, 1997), por lo que se tiene que tomar en cuenta, ya que esta forma parte del volumen del árbol aunque no sea aprovechado como producto maderable, sino como desechos o substrato en viveros (Romahn y Ramírez, 2010). Prodan *et al.* (1997) mencionan que debido a que el espesor de la corteza varía entre especies, se han desarrollado diferentes modelos para estimar el diámetro sin corteza, el modelo más empleado para tal fin es el siguiente: $d_u = b_0 + b_1d$. Donde: b_1 = espesor de corteza (mm), d = diámetro normal (cm) y d_u = diámetro sin corteza (cm).

Mientras que Klepac (1976) menciona cómo obtener el factor de corteza, el cual es calculado por la función $f_c = D_{cc}/d_{sc}$. Donde: f_c = factor de corteza, D_{cc} = diámetro normal con corteza (cm), d_{sc} = diámetro normal sin corteza (cm). La relación que existe entre el D_{cc} y el d_{sc} se determina midiendo una gran cantidad de árboles, por lo cual solo algunas especies cuentan con un factor de corteza.

En relación al análisis troncal, Cumplido (2002) y Melchor *et al.* (2010) estimaron el diámetro con corteza a diferentes alturas mediante una regresión lineal

simple, usando para ello los datos obtenidos de diámetro con corteza y sin corteza a diferentes alturas.

2.6. Antecedentes

Entre los trabajos realizados para la elaboración de tablas de volumen mediante el método de análisis troncal se puede encontrar a Cumplido (2002), quien elaboró tablas de volumen e incrementos para *Pinus ayacahuite* Ehren, *Pinus durangensis* Ehren y *Pinus arizonica* Engelm, en el estado de Chihuahua, esto mediante el ajuste de los modelos de la variable combinada aritmética, australiana, Schumacher y de la variable combinada en su forma logarítmica.

Arteaga (2001), elaboró tablas de volumen mediante información proveniente de análisis troncal, en la cual se generaron un total de 93 observaciones para *Pinus radiata* D. Don, 34 para *Pinus oaxacana* Mirov y 21 para *Pinus pseudostrobus* Lindl. Se ajustaron diferentes modelos, resultando que cada especie se ajustó a un modelo diferente.

Mientras que Romero (2005) elaboró tablas de volumen con y sin corteza para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen, esto mediante una muestra de 17 árboles distribuidos en diferentes municipios de Puebla y Veracruz, para la generación de la ecuación de volumen sin corteza fueron ajustados los modelos de la variable combinada y australiana (modelos lineales), Schumacher y de la variable combinada (modelos no lineales).

Armendáriz et al. (2003a) realizaron un estudio en Guadalupe y Calvo, Chihuahua, en el cual se elaboraron tablas de volumen con y sin corteza para *P. arizonica* y *Pinus engelmannii* Carr, en este estudio se ajustaron los modelos matemáticos de Schumacher, Dwight, Korsun, Thornber y de Spurr. Mientras que en otro estudio realizado por Armendáriz et al. (2003b) podemos encontrar tablas de volumen para *Pinus herrerae* Martínez y *P. durangensis*, en el cual fueron ajustados los mismos modelos antes mencionados.

Muños et al. (2012), realizaron un estudio sobre predicción de volumen de fuste total para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm, el cual fue realizado en la región del Valle del Mezquital, Hidalgo, utilizaron los modelos de Schumacher, Meyer, de la variable combinada logarítmica y aritmética, los modelos que presentaron los mejores ajustes fueron el modelo de la variable combinada logarítmica y el modelo de Schumacher.

Por otra parte, la elaboración de tabla de volumen a partir de arbolado en pie o mediante el derribo y cubicación de estos, son varios los estudios realizados, entre los que podemos encontrar a Hernández et al. (2017) quienes utilizaron información de 116 árboles de *Swietenia macrophylla* King. La finalidad del estudio fue ajustar modelos de volumen total para generar un sistema de volumen comercial a partir de modelos de razón de volumen.

Ramírez et al. (2016), elaboraron tablas de volumen de fuste total de una y dos entradas para *P. ayacahuite*, en la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, esto a partir de una muestra de 55 árboles. En el estudio fueron ajustados 12 modelos de una y doble entrada, el modelo de Berkhout (de una entrada) y de Schumacher (de doble entrada) fueron los que presentaron un mejor ajuste; estos modelos fueron empleados para la construcción de tablas de volumen de una y dos entradas respectivamente.

Cruz et al. (2016), generaron ecuaciones para el género *Arbutus* spp. (madroño), esto fue realizado en la región de Pueblo Nuevo, Durango. A partir de datos colectados de una muestra de 120 árboles, se ajustaron 20 modelos de una entrada y 15 de doble entrada; los modelos que presentaron mejor ajuste fueron el modelo de Berkhout y Schumacher. El modelo de Berkhout usa como variable independiente únicamente el diámetro normal, mientras que el modelo de Schumacher considera como variables independientes al diámetro normal y la altura total.

Por otra parte, Martínez y Acosta (2014) generaron ecuaciones para estimar el diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón, esto para *Quercus laurina*, Humb et Bonpl, en Ixtlán, Oaxaca. Mediante las ecuaciones generadas se propone evaluar diferentes escenarios en áreas afectadas por fenómenos naturales o antropogénicos.

Santiago (2013), elaboró una tabla de volumen con corteza para *Pinus rudis* Endl, en Galeana, Nuevo León, a partir de una muestra de 187 árboles, en este estudio fueron ajustados doce modelos lineales y no lineales, los cuales en su mayoría presentaron un coeficiente de correlación cercano a 1.

Tschieder et al. (2012) elaboraron una ecuación de volumen para *Populus deltoides*, esto para una plantación del Bajo Delta en Panamá, se ajustaron seis modelos, de los cuales el modelo de Schumacher y de Hall, fueron los seleccionados para la estimación del volumen con y sin corteza. Los rangos de aplicación de estas ecuaciones van desde los 11.1 cm hasta los 55.1 cm de diámetro normal y desde los 11.9 m hasta 37.5 m de altura total.

Ramos et al. (2012), elaboraron tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roehl y *Pinus oocarpa* Shiede, en la zona sur de la sierra Purhépecha de Michoacán. En este estudio se ajustaron y compararon los modelos de Schumacher, Thornber, Korsun, de la variable combinada exponencial y lineal, los modelos presentaron un coeficiente de correlación ajustado de entre 0.97 a 0.99.

Mientras que Da Cunha y Guimarães (2009a) ajustaron quince modelos de una y doble entrada para estimar el volumen con corteza de *Pinus taeda* Linn, los datos fueron colectados del área experimental ubicada en la Universidad Federal de Santa María, Brasil. El ajuste de los modelos fue realizado mediante el método de regresión ponderada, esto con la finalidad de corregir el problema de heterocedasticidad.

Velasco et al. (2007), generaron tablas de volumen para *Pinus douglasiana* Martínez y *P.pseudostrobus* en el sur-occidente de Michoacán, mediante una muestra de 427 árboles, de los cuales el 21 % se midió de manera directa y el 79 % con tele-relascopio. Se ajustaron los modelos de Da Silva y Borders, Schumacher, Korsun y modelos logarítmicos de Spurr y Thornber, el modelo que presentó el peor ajuste fue el modelo de Korsun, mientras que el que presentó el mejor ajuste fue el modelo logarítmico de Spurr.

Carrillo (2004), elaboró una tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. et Cham, mediante una muestra de 101 árboles de categorías diamétricas de 10 a 70 cm, los cuales se encontraron distribuidos en seis diferentes municipios del estado de Hidalgo, los datos

obtenidos fueron ajustados al modelo de la variable combinada en su versión logarítmica, el cual presentó un R^2 de 0.98.

Mientras que los trabajos relacionados con ecuaciones para estimar el volumen de *P. montezumae*, podemos encontrar a Acosta y Carrillo (2008), quienes elaboraron tablas de volumen de fuste total con y sin corteza para *P. montezumae* en el estado de Hidalgo, esto mediante el derribo y cubicación de 43 árboles distribuidos en tres diferentes municipios. Se ajustó únicamente el modelo de Spurr en su versión logarítmica.

De igual manera Muños et al. (2002) citado por Romero (2005) elaboraron una tabla de volumen total para *P. montezumae*, pero para la región oriente de Michoacán, la ecuación generada fue $V_{cc} = e^{-0.88273} (D^2H)^{1.0105}$.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Ubicación del área de estudio

El presente estudio se llevó a cabo en la comunidad de San Mateo el Viejo, Temascalcingo, Estado de México; la cual se ubica en la parte noreste del Estado de México (Figura 3). El área de estudio se localiza entre las coordenadas geográficas 19° 55' 30" de latitud norte y 99° 55' 48" de longitud oeste a una altitud de 2650 metros sobre el nivel del mar (msnm).

El área de estudio se ubica en la subprovincia fisiográfica denominada Llanuras y Sierras de Querétaro e Hidalgo, la cual forma parte de la provincia fisiográfica del Eje Neovolcánico (INEGI, 2005), pertenece a la región hidrológica Lerma-Santiago (RH12) y a la cuenca Lerma-Toluca (CONAGUA, 1998).

De acuerdo a la clasificación de suelos de CONABIO (1995) en el área de estudio se presentan dos unidades de suelos, siendo la más predominante el Feozem luvico, este tipo de suelo se caracteriza por tener una capa superficial oscura, suave, rica en materia orgánica y en nutriente, en menor medida se encuentra el Luvisol crómico, caracteriza por ser un suelo arcilloso.

El clima que predomina de acuerdo a la clasificación de climas de García (1998a) es el templado C(w2) con una precipitación media anual de 600 a 800 mm (García, 1998b). La temperatura media anual va de los 12 a 18 °C (Vidal y Zepeda, 1990). La vegetación existente es propia del clima C(w2), predominando el bosque de encino y vegetación secundaria arbustiva de bosque de encino, mientras que los bosques de pino se encuentran en manchones y dispersos (INEGI, 1997).

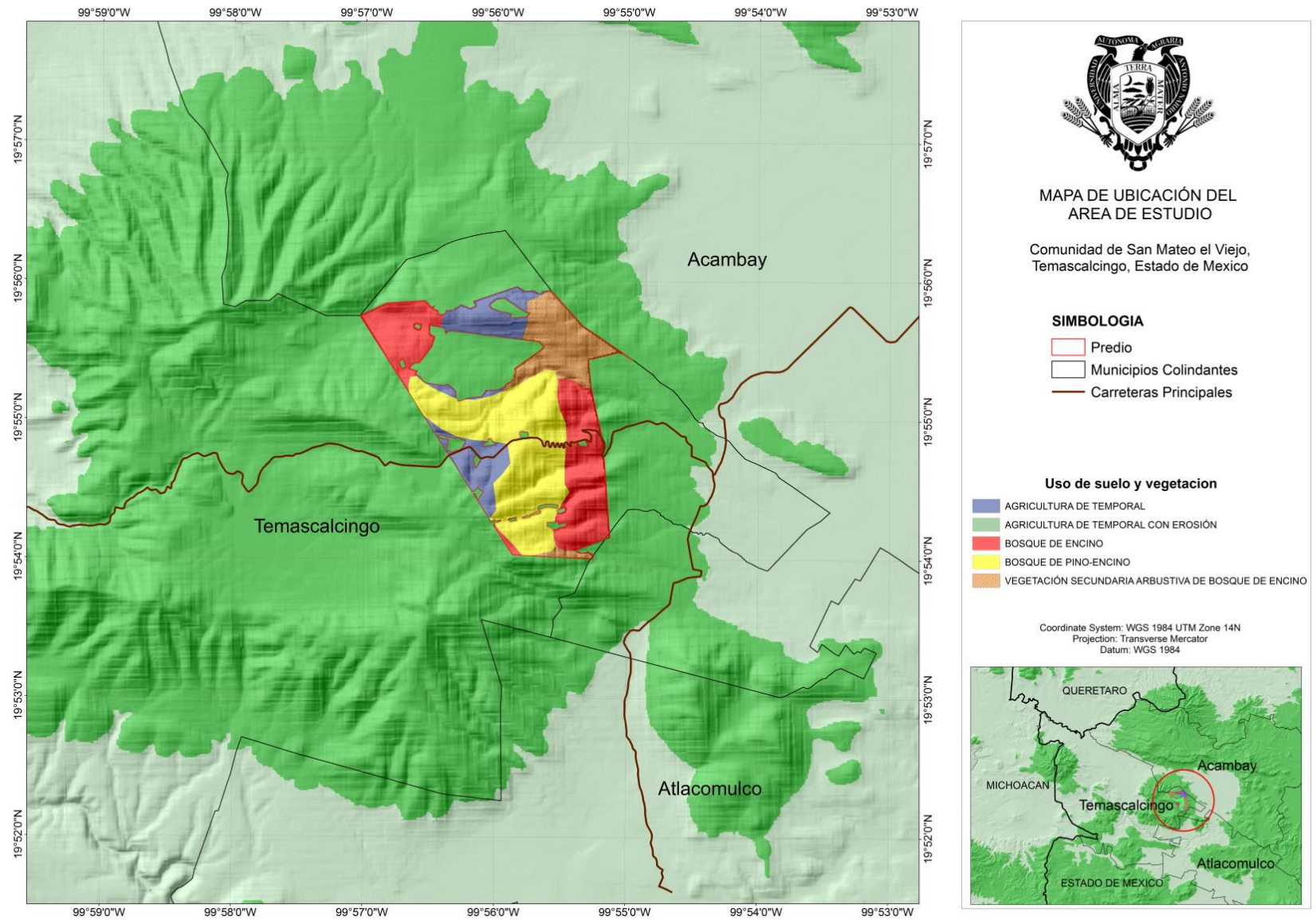


Figura 3. Localización del área de estudio, San Mateo el Viejo, Temascalcingo, Estado de México.

3.2. Selección del arbolado

La comunidad de San Mateo el Viejo se encuentra bajo un programa de manejo forestal, por lo cual los trabajos fueron realizados en las áreas de corta correspondientes al año 2017.

Se realizaron recorridos por las áreas de corta en donde se habían llevado a cabo los trabajos de marcaje. La finalidad de los recorridos, fue ubicar arbolado que cumpliera con las características recomendadas para este tipo de estudios, esto es: que fuesen árboles dominantes o codominantes, que se encontraran libres de plagas y enfermedades, sin evidencia de daño, sin bifurcaciones, de diversos sitios y que fuesen de diferentes categorías diamétricas (Aguilar, 1994; Romero, 2005; Imaña y Encinas, 2008).

El total de la muestra fue de 16 árboles, los cuales se encontraron distribuidos en tres rodales; para el derribo y obtención de las diferentes rodajas fue necesario la utilización de una motosierra, con la cual fue seccionado el fuste a cada 2.66 m y 1.36 m dependiendo de la medida comercial deseada. Una vez seccionado el árbol se llevó a cabo la medición del diámetro mayor, diámetro menor y longitud de las trozas con la ayuda de un flexómetro; el diámetro a la altura de 1.30 m fue medido con una cinta diamétrica antes de que el árbol fuese derribado.

Las rodajas se obtuvieron de las diferentes secciones del fuste, las cuales fueron cortadas con un grosor de 5 cm, cada rodaja se enumeró por la parte superior de acuerdo a la sección del fuste de la que fue obtenida, así como el número del árbol derribado. Para el registro de los datos de campo y de laboratorio se utilizó el formato elaborado por Aguilar y Velarde (2001) el cual se muestra en el Anexo 1.

3.3. Análisis troncal

Las rodajas obtenidas tuvieron un proceso de secado, el cual consistió en dejarlas en un cuarto techado por un periodo de cuatro a seis semanas, esto con la finalidad de disminuir el contenido de humedad y evitar rajaduras. Posteriormente las rodajas fueron pulidas por la parte superior con la ayuda de un esmeril; para resaltar la circunferencia

completa de cada anillo de crecimiento y evitar errores en la medición y conteo de los anillos, se impregno la superficie lijada con aceite (Imaña y Encinas, 2008; Melchor *et al.*, 2010).

La medición de los anillos de crecimiento en árboles de edades avanzadas, puede ser realizado por periodos de diez años y para árboles de poca edad a cada cinco años (Prodan *et al.*, 1997). En el presente estudio la medición de los anillos de crecimiento fue realizado por periodos de cinco años (Figura 4). Para la medición de los diámetros sin corteza se trazaron dos ejes perpendiculares, se midieron ambos ejes y se obtuvo el promedio, de igual manera el conteo de los anillos se realizó sobre ambos ejes, de esta manera se consiguió encontrar la edad que alcanzó el árbol a la altura a la que fue extraída dicha rodaja.



Figura 4. Medición de los periodos de crecimiento a cada 5 años (fotografía tomada por Hernández Juárez Juan, 2017).

3.4. Procesamiento de datos

Debido a que en el presente estudio no fue posible contar con la rodaja a 1.30 m, fue necesario calcular el diámetro normal mediante interpolación lineal, para ello se

utilizaron los datos de los diámetros encontrados en la primera rodaja a 0.20 m y de la segunda rodaja obtenida a 2.80 m respectivamente, con lo cual se determinaron los diámetros normales para cada árbol (Romero, 2005).

Finalizado el trabajo de medición de los periodos de crecimiento, estos datos fueron capturados en una hoja electrónica Excel (Anexo 2), para posteriormente realizar los cálculos de la metodología de análisis troncal, concerniente al incremento en volumen.

La cubicación fue realizada por edades (5 años), mediante la utilización de tipos dendrómetros, ya que a partir del análisis de área basal para cada etapa de desarrollo del fuste, es posible calcular el volumen del árbol al final de cada periodo, para ello se multiplican la suma de todas las áreas circulares tomadas a la mitad de las secciones longitudinales por la altura de la sección y, a cada uno de esos productos se le agrega el volumen del tocón y de la punta, solo así es posible obtener el volumen del fuste a final de n años (Klepac, 1976).

Una vez que se obtuvieron las variables dendrométricas (diámetros, alturas, volumen, edad) se ajustaron tres modelos lineales y tres no lineales, los cuales se muestran en el Cuadro 1, el ajuste de dichos modelos se realizó con la ayuda programa Statistical Analysis System (SAS 9.3) mediante el comando PROC REG.

3.5. Obtención del volumen

Se utilizaron tipos dendrométricos para la obtención de los volúmenes a diferentes edades, para la parte del tocón se utilizó la fórmula del cilindro, la fórmula de Smalian para el fuste y la fórmula del cono para la punta, con lo cual se obtiene el volumen total (Cailliez, 1980; Corral y Návar, 2008; Hernández *et al.* 2017).

Para el cálculo del volumen del tocón se utilizó la fórmula del cilindro:

$$V_T = S_O(L)$$

Donde:

$V_T =$ Volumen del tocón (m^3)

$S_0 =$ Área basal de la parte superior (m^2)

$L =$ Longitud del tocón (m)

Las secciones del fuste fueron cubicadas mediante la fórmula de Smalian, esta fórmula es usada para el paraboloides truncado, debido a la sencillez de la ecuación (Contreras y Návar, 2004).

$$V = \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) * L$$

Donde:

$V =$ Volumen de la sección (m^3)

$A_1 =$ Área basal mayor de la sección (m^2)

$A_2 =$ Área basal menor de la sección (m^2)

$L =$ Largo de la sección (m)

Por último, para el cálculo del volumen de la punta se utilizó la fórmula del cono:

$$V_P = \frac{S_0 * L}{3}$$

Donde:

$V_P =$ Volumen de la punta (m^3)

$S_0 =$ Área basal de la base de la punta (m^2)

$L =$ Longitud de la punta (m)

3.6. Estimación del diámetro con corteza

Debido a que la metodología de análisis troncal tiene la desventaja de que únicamente se puede reconstruir el crecimiento en diámetros sin corteza, fue necesario estimar de diámetro con corteza, ya que a partir de esto es posible generar la tabla de volumen con corteza.

Para la estimación del diámetro con corteza a cualquier altura, se realizó una regresión lineal simple, para ello se utilizaron los datos de diámetros con corteza tomados a diferentes alturas como variable dependiente y como variable independiente los datos de diámetros sin corteza de las diferentes alturas de corte, quedando la ecuación de la siguiente forma:

$$D_{cch} = \beta_0 + \beta_1 D_{sch}$$

Donde:

D_{cch} = Diámetro con corteza a diferentes alturas (cm).

D_{sch} = Diámetro sin corteza a diferentes alturas (cm).

3.7. Modelos ajustados

Los modelos seleccionados se muestran en el Cuadro 1, dichos modelos son de los más ensayados para la construcción de tablas de volumen (Armendáriz *et al.*, 2003a; Corral y Návar, 2008; Da Cunha y Guimarães, 2009a).

Cuadro 1. Modelos seleccionados para la obtención de la ecuación de volumen para *P. montezumae*.

Nombre	Modelos lineales	
1. Australiana	$V = \beta_0 + \beta_1 D^2 + \beta_2 H + \beta_3 D^2 H$	
2. Spurr aritmético	$V = \beta_0 + \beta_1 D^2 H$	
3. Meyer modificado	$V = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 DH + \beta_3 D^2 H$	
Nombre	Modelos no lineales y su versión lineal	
4. Schumacher	$V = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2}$	$\ln V = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln D + \beta_2 \ln H$
5. Spurr exponencial	$V = \beta_0 (D^2 H)^{\beta_1}$	$\ln V = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln D^2 H$
6. De Thornber	$V = \beta_0 (D/H)^{\beta_1} (D^2 H)^{\beta_2}$	$\ln V = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln(D/H) + \beta_2 \ln D^2 H$

Donde: V = volumen (m³); D = Diámetro normal (cm); H = Altura total (m); β_i = Parámetros a estimar. ln = logaritmo natural.

3.8. Criterios de selección del modelo

Para la selección del mejor modelo para predecir el volumen sin corteza se consideraron los siguientes criterios: coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}) valores cercanos a 1 representan un mejor ajuste; significancia de los coeficientes (Prob t), coeficiente de variación (CV), cuadrado medio del error (CME) e Índice de Furnival (*IF*), considerando como el mejor modelo aquel que presente los valores más bajos; se consideró también el número de parámetros estimadores del modelo (factor “K”), el cual tiene que presentar un número menor (Contreras y Návar 2004; Velasco *et al.*, 2007; Ramos *et al.*, 2012).

La Prueba t nos indica si los coeficientes de regresión influyen sobre las variables independientes del modelo ajustado, ya que se puede encontrar R^2_{aj} cercanos a 1, pero que alguno de los coeficientes de regresión no influya en el modelo (Ramos, 2012).

El coeficiente de correlación ajustado (R^2_{aj}) es usado en sustitución del R^2 , ya que este tiende a incrementar a 1 conformen se aumente el número de variable independientes, por lo cual es mejor el uso del R^2_{aj} para la comparación de modelos con diferente número de variables independientes (Da Cunha *et al.*, 2009).

El coeficiente de variación (CV) únicamente es usado para comparar modelos con las mismas variables aritméticas, y por lo tanto; no debe de ser usado para comparar modelos que usen variables transformadas, para tal caso se usa el Índice de Furnival (*IF*) ya que este tiene la ventaja de comparar modelos con variables transformadas con modelos aritméticos, por lo cual es un estadístico confiable que se puede usar como criterio para la elección del mejor modelo (Moret *et al.*, 1998; Da Cunha *et al.*, 2009b), el *IF* se calcula con la siguiente fórmula:

$$IF = Exp\left(\frac{\sum_i^n \ln(Vreal_i)}{N}\right) S_x$$

Donde:

IF = Índice de Furnival

$\ln(Vreal_i)$ = logaritmo del volumen individual real

S_x = error estándar de la estimación

N = número de árboles muestreados

En el caso de los modelos lineales el *IF* es el equivalente al error estándar (Da Cunha y Guimarães, 2009a).

A partir del modelo seleccionado se elaboraron tablas de volumen con y sin corteza; para la elaboración de la tabla de volumen con corteza, se utilizará adicionalmente la ecuación para predecir el diámetro con corteza a cualquier altura.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Estadística descriptiva de los 16 árboles de *P. montezumae* usados para llevar acabo el análisis troncal.

La estadística descriptiva, muestra que la altura máxima encontrada fue de 27.70 m y la mínima de 15.2 m, mientras que el diámetro mayor fue de 73 cm y el menor de 15 cm; en cuanto al volumen, este varía de 0.22 a 7.71 m³ (Cuadro 2).

Cuadro 2. Estadística descriptiva de las variables dendrométricas de *P. montezumae*.

Parámetros estadísticos	Variables			
	H	DN	V	E
Med	19.25	43.5	1.83	29
Max	27.70	73	7.71	135
Min	15.2	15	0.22	24
S _x	3.77	18.43	2.37	35.42

Donde: Med = promedio, Max = máximo, Min = mínimo, S_x = desviación estándar, H = altura (m), DN = diámetro normal (cm), V = volumen (m³), E = edad (años).

Muños et al. (2012), elaboraron una tabla de volumen para una plantación de *P. greggii*, a partir de la metodología de análisis troncal, encontrando categorías diamétricas de 5 a 35 cm, con edades máximas de 25 años y con intervalos de alturas de 5 a 15 m, mientras que Da Cunha y Guimarães (2009a) generaron una ecuación de volumen a partir de la cubicación directa de 40 árboles de *P. taeda*, los volúmenes individuales encontrados fueron de 0.05 a 0.41 m³, la suma total del volúmenes observados fue de 8.6 m³. Martínez et al. (1994) mencionan que, si el rango de variación de las variables independientes es suficientemente extenso, estas atribuirán a que las ecuaciones resultantes sean de ámbito de utilización general o local.

Respecto al número de árboles utilizados para la elaboración de tablas de volumen a partir de la metodología de análisis troncal, Romero (2005) utilizó una muestra de 17 árboles del *P. chiapensis*, de los cuales generó un total de 218 observaciones, mientras que Arteaga (2001) realizó tablas de volumen para *P. radiata*, *P.*

oaxacana y *P. pseudostrobus* mediante una muestra de 10, 8 y 9 árboles respectivamente, pero Muños et al. (2012) se basaron en una muestra de 87 árboles de *P. greggii*. Prodan et al. (1997) mencionan que el número de árboles utilizados para la elaboración de tablas de volumen se suele seleccionar en forma empírica, la cual ha demostrado que, para la construcción de una ecuación de volumen, esta puede ser realizada a partir de menos de 100 árboles que se encuentren bien distribuidos sobre la población objetivo.

4.2. Ecuación para la estimación del diámetro con corteza

En el Anexo 3, se presenta gráficamente la relación existente entre las variables diámetro con corteza a diferentes alturas en función del diámetro sin corteza a diferentes alturas (datos obtenidos del análisis troncal) la cual presenta una tendencia lineal, esto justifica el uso del modelo lineal simple ($D_{cch} = \beta_0 + \beta_1 D_{sch}$).

Contreras y Návar (2002) obtuvieron el volumen del fuste sin corteza al restar el espesor de la corteza a los diferentes diámetros con corteza a diferentes secciones del fuste, para ello estimaron el grosor de la corteza mediante el modelo $G.C = D_n * \exp^{(b_1 + b_2 * \ln(h))}$; la ecuación generada presentó un $R^2 = 0.7803$; $S_x = 0.5558$. Mientras que Melchor et al. (2010) para estimar el diámetro con corteza realizaron una regresión lineal simple, obteniendo un modelo con un $R^2_{aj} = 0.997$; $CME = 1.1603$.

La ecuación para el presente estudio, para predecir el diámetro con corteza a diferentes alturas, presentó un $R^2_{aj} = 0.996$; $CME = 1.2303$ y una probabilidad de F bajo (<0.0001) (Cuadro 3), esto es similar a lo encontrado por Melchor et al. (2010), esto puede atribuirse a que encontraron una tendencia similar entre el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza.

Cuadro 3. Análisis de varianza del modelo lineal que estima el diámetro con corteza a diferentes alturas.

Fuente de variación	GL	SC	CM	R ² aj	Pr>F
Modelo	1	44662.47	44662	0.996	<0.0001
Error	145	178.4052	1.2303		
Total	146	44840.87	307.12		

Donde: GL = grados de libertad, SC = suma de cuadrados, CM = cuadrado medio del error, R²aj = Coeficiente de determinación ajustado, Pr > F = Probabilidad exacta de F.

En el Cuadro 4 se presentan los parámetros estadísticos de la regresión lineal, en el que se puede apreciar que el valor de t para β_1 resulta ser altamente significativo, mientras que para β_0 resulta no ser significativo; Melchor et al. (2010), encontraron estos mismos resultados en la ecuación para predecir el diámetro sin corteza para *P. chiapensis*.

Cuadro 4. Estadísticos de los parámetros estimados para predecir el diámetro con corteza a diferentes alturas.

$\hat{\beta}$	Estimadores	Error estándar	Valor de t	Pr > t
β_0	0.17777	0.19111	0.93	0.3538
β_1	1.07716	0.00565	190.53	<0.0001

Donde: Pr > t = Probabilidad exacta de t, $\hat{\beta}$ = parámetros a estimar.

En el presente estudio se optó por usar la ecuación completa, ya que la significancia de los parámetros estimados, aunque no sean los mejores esto no valida su eliminación, o no uso en la ecuación (Prodan *et al.*, 1997). La ecuación para la predicción del diámetro con corteza a cualquier altura fue la siguiente:

$$D_{cch} = 0.17777 + 1.07716 * D_{sch}$$

Los residuales del modelo para estimar el diámetro con corteza a cualquier altura se muestran en la Figura 5, estos presentaron una buena distribución (homocedasticidad) lo cual indica que el modelo puede subestimar, así como sobrestimar el diámetro con corteza (D_{cch}).

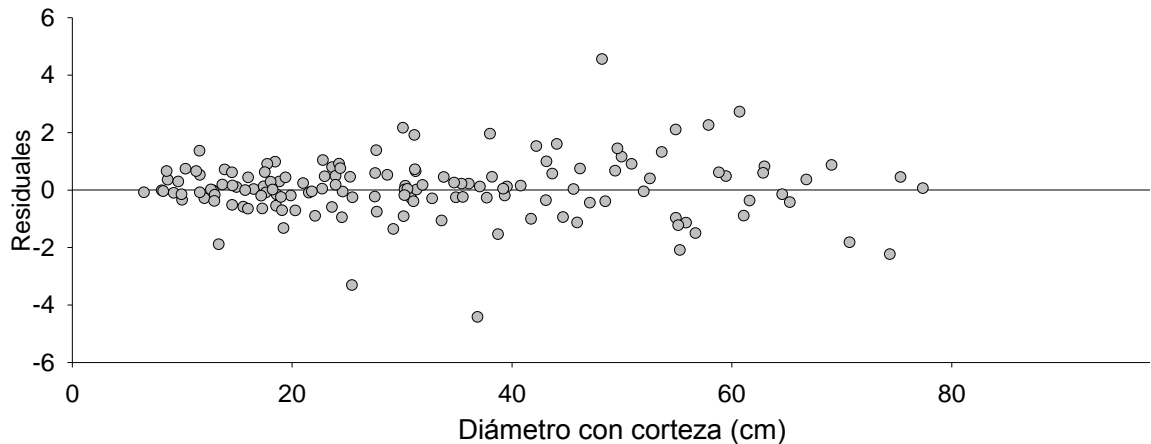


Figura 5. Residuos del modelo lineal ($D_{cch} = 0.17777 + 1.07716 * D_{sch}$) para predecir el diámetro con corteza de *P. montezumae*.

4.3. Ajuste de los modelos para la elaboración de las tablas de volumen

Los estadísticos principales de los modelos ajustados para la elaboración de la tabla de volumen sin corteza se muestran en el Cuadro 5.

Los modelos ajustados presentaron valores de R^2_{aj} de 0.943 a 0.947, lo cual indica un buen ajuste. Sin embargo, los modelos lineales presentaron parámetros estimados ($\hat{\beta}$) poco significativos (Cuadro 5) lo que indica que estos no influyen en la predicción del volumen, a diferencia de los parámetros obtenidos con los modelos no lineales, los cuales resultaron ser altamente significativos (<0.0001), lo cual indica que estos sí influyen en el modelo.

Considerando los criterios de selección del mejor modelo para estimar el volumen sin corteza, los modelo 4, 5, y 6 presentaron un ajuste estadístico similar con valores de $R^2_{aj} = 0.94$; $CV = 25.3$; $CME = 0.132$ e $IF = 0.197$, lo cual indica que cualquiera de estos se ajusta bien a los datos, cabe mencionar que los modelos 4 y 6 presentaron resultados estadísticos similares a excepción del valor de F.

Cuadro 5. Estadísticos de los modelos ajustados para la construcción de la tabla de volumen sin corteza para *P. montezumae*.

Modelos lineales	$\hat{\beta}$	Estimadores	R²aj	Prob t	CV	CME	IF	F valor	P>F	“K”
1. Australiana	β_0	0.07611	0.9463	0.3994	24.6855	0.1257	0.3545	982.61	<0.0001	4
	β_1	0.00036		0.0086						
	β_2	-0.01066		0.1766						
	β_3	0.00003		<.0001						
2. Spurr aritmético	β_0	0.05906	0.9445	0.1216	25.0968	0.1299	0.3604	2844.69	<0.0001	2
	β_1	0.00004		<.0001						
3. Meyer modificado	β_0	-0.08514	0.9475	0.3175	24.4164	0.1229	0.3505	1005.61	<0.0001	4
	β_1	0.02265		0.0017						
	β_2	-0.00143		0.0018						
	β_3	0.00005		<.0001						
Modelos no lineales										
4. Schumacher	β_0	-9.26560	0.9433	<.0001	25.3708	0.1327	0.1975	1397.35	<0.0001	3
	β_1	1.87558		<.0001						
	β_2	0.93809		<.0001						
5. Spurr exponencial	β_0	-9.26559	0.9436	<.0001	25.2933	0.1319	0.1969	2811.57	<0.0001	2
	β_1	0.93787		<.0001						
6. De Thornber	β_0	-9.26560	0.9433	<.0001	25.3708	0.1327	0.1975	1397.35	<0.0001	3
	β_1	0.00020		<.0001						
	β_2	0.93789		<.0001						

Donde: $\hat{\beta}$ = parámetros a estimar, R²aj = coeficiente de determinación ajustado, CME = cuadrado medio del error, IF = índice de Furnival, F valor = valor de F calculado y P > F = probabilidad exacta de F, “K” = número de parámetros estimadores.

Para llevar a cabo el análisis gráfico, se realizaron diagramas de dispersión de los volúmenes reales con respecto a los volúmenes estimados por cada uno de los modelos ajustados (Figura 6), en la cual se observó que los modelos 4, 5 y 6 presentaron un buen ajuste con respecto a los volúmenes observados, mientras que los modelos 1, 2 y 3 tendieron a subestimar los valores observados, lo cual nos indica que aunque presenten estadísticos favorables estos no se ajustan a los volúmenes reales.

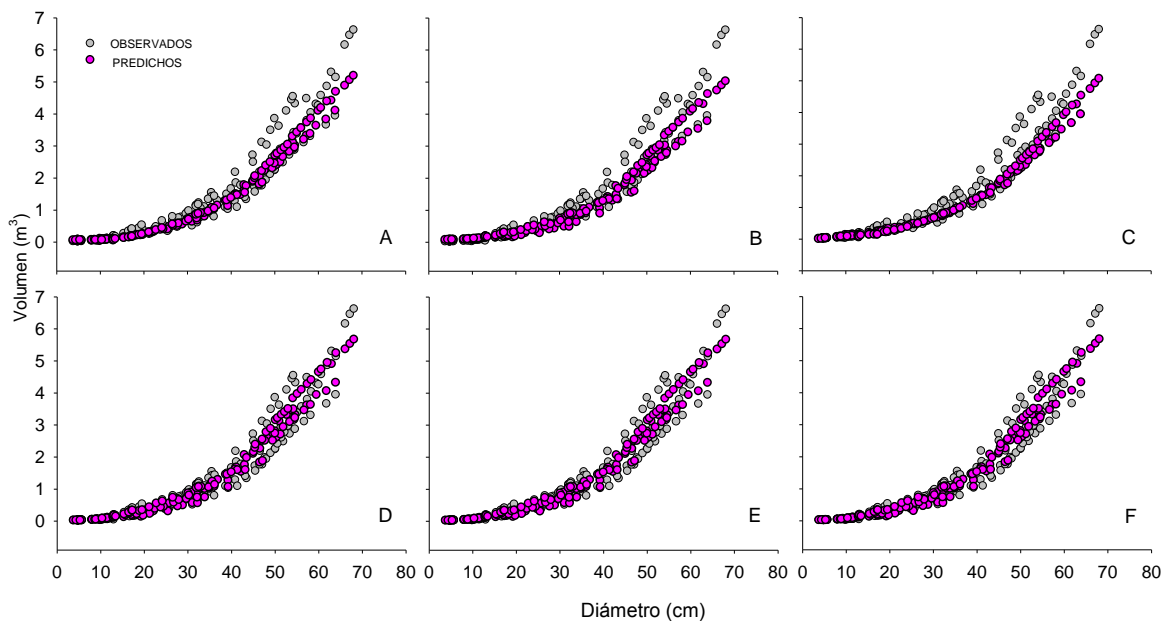


Figura 6. Diagramas de dispersión de los modelos ajustados para la elaboración de la tabla de volumen. Donde: A = modelo 1, B = modelo 2, C = modelo 3, D = modelo 4, E = modelo 5, F = modelo 6.

4.3.1. Selección del modelo

Como se observó en el Cuadro 5, los tres modelos no lineales presentaron estadísticos muy similares y con buen ajuste, sin embargo, el modelo 5 fue elegido para la construcción de las tablas de volumen, ya que además de presentar estadísticos deseables, el modelo únicamente usa dos parámetros estimadores (factor “K”). Da Cunha et al. (2009) señala que cuanto menor sea el número de parámetros de un modelo

este presentará una menor complejidad al ser usado; por lo tanto, el modelo de Spurr resulta ser sencillo y práctico para la predicción del volumen para *P. montezumae*.

El modelo 5, es uno de los que han sido reportados por diversos autores para la elaboración de tablas de volumen; Podemos encontrar a Moret et al. (1998) quienes a partir de datos de *Tectona grandis* L, realizaron el ajuste de diversos modelos, obteniendo valores estadísticos de $R^2_{aj} = 0.98$ y $CME = 0.011$, los cuales fueron favorables al modelo 5. Mientras que Velasco et al. (2007) elaboraron tablas de volumen para *P. douglasiana* y *P. pseudostrobus* encontrando que el mejor modelo para la obtención de las ecuaciones de ambas especies fue el modelo 5, con $R^2_{aj} = 0.98$ y $CME = 0.023$. Por otra parte, Moras y Vallejo (2013) ajustaron siete modelos para la elaboración de tablas de volumen con y sin corteza para una plantación de *Eucalyptus globosus* en la región sur de Uruguay, encontrado que el modelo 5, fue el que presentó el mejor ajuste. El estudio más reciente fue realizado para estimar el volumen comercial de *S. macrophylla* en el cual se encontraron valores de $R^2_{aj} = 0.96$ y $CME = 0.010$ (Hernández et al., 2017). Lo anterior señala que el modelo de Spurr, es uno de los que presenta los mejores ajustes para la estimación del volumen, no únicamente para *Pinus* sino para diversas especies.

En el caso del presente estudio el modelo 5, presentó un $R^2_{aj} = 0.94$; $CV = 25.2933$; $CME = 0.1319$ y una probabilidad de F bajo (<0.0001) (Anexo 5), lo cual es similar a lo encontrado por Armendáriz et al. (2004b) quienes encontraron valores de $R^2 = 0.91$ y $CME = 0.362$, para la elaboración de la ecuación para predecir el volumen de *P. arizonica*; por otra parte, en un estudio realizado en el estado de Hidalgo para estimar el volumen con corteza de *P. montezumae* se obtuvieron valores estadísticos de $R^2_{aj} = 0.99$ y $CME = 0.0308$ (Acosta y Carrillo, 2008), estos valores fueron mejores a los encontrados en el presente estudio, pero no por ello se tiene que considerar al modelo como malo, sino que el modelo explica la relación de las variables usadas para estimar el volumen en un 94 %.

La ecuación utilizada para la elaboración de la tabla de volumen con y sin corteza para *P. montezumae* fue la siguiente:

$$\ln(V_{sc}) = \ln(-9.26559) + 0.93787 * \ln(D^2H)$$

La cual puede ser expresada en su forma exponencial como:

$$V_{sc} = 0.000095 * (D^2H)^{0.93787}$$

Donde:

V_{sc} = volumen sin corteza (m^3)

D = diámetro normal (cm)

H = altura (m)

El análisis de dispersión de los residuos estudentizados del modelo 5 (Figura 7), se puede apreciar que estos son homogéneos entre los intervalos de 3 a -3, con ciertos residuos que se alejan hacia -4. El análisis de residuos es una parte importante ya que a partir de la evaluación gráfica es posible detectar observaciones atípicas o tendencias a forma una estructura particular, lo que indicaría el incumplimiento de los supuestos de normalidad y homogeneidad de la varianza (Prodan *et al.*, 1997; Tschieder *et al.*, 2011), en el caso de modelos para estimar el volumen lo principal que se debe de tener en cuenta es la homogeneidad de la varianza de los residuos (Picard *et al.*, 2012).

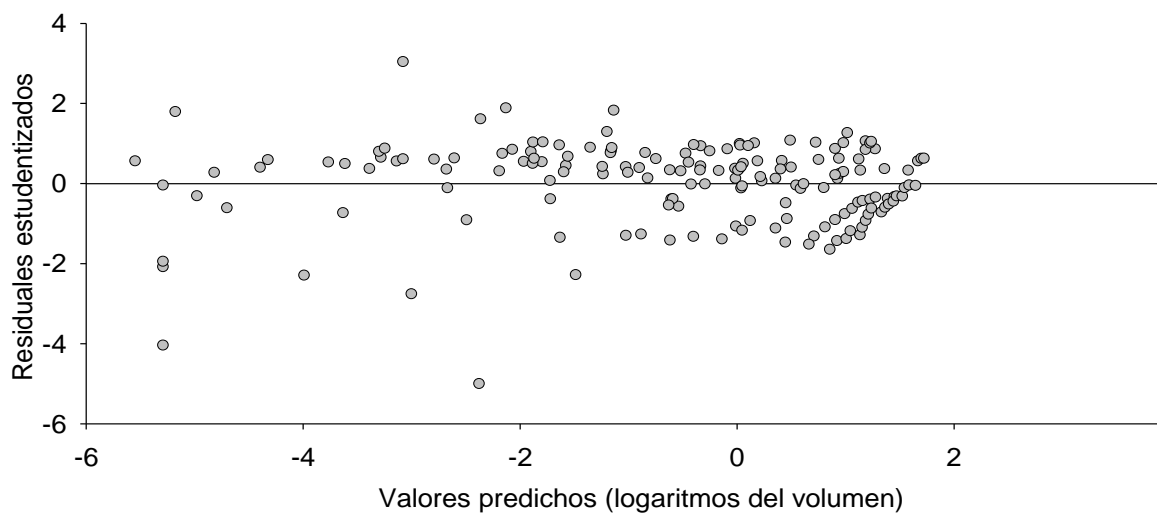


Figura 7. Residuos estudentizados de la ecuación de Spurr para predecir el volumen sin corteza para *P. montezumae*.

Con respecto a los residuos Muños et al. (2012) señalan que se ha detectado que el R^2_{aj} , no siempre es un buen indicador de ajuste, puesto que no evidencian las desviaciones de los residuos; solo muestra el porcentaje general de todas las observaciones, por lo que es necesario llevar a cabo este análisis.

A manera de representación gráfica se presenta la Figura 8, en ella se observa la relación que existe entre las variables volumen y en diámetro elevado al cuadrado y multiplicado por la altura (D^2H), transformadas a su forma logarítmica.

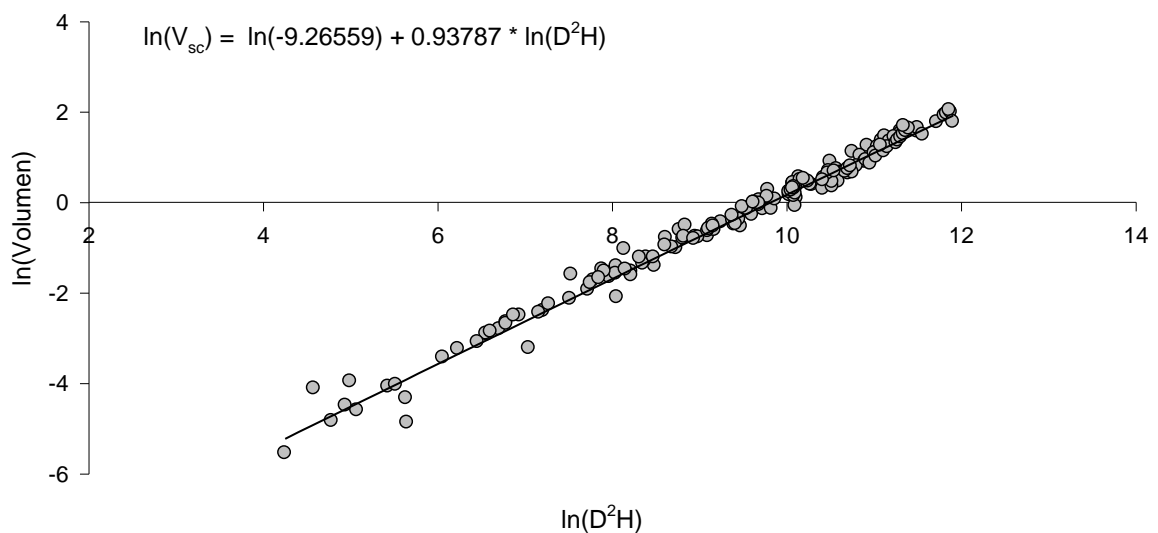


Figura 8. Relación entre la variable dependiente $\ln(\text{Volumen})$ y la variable independiente $\ln(D^2H)$ de *P. montezumae*.

La ecuación generada en el presente estudio para estimar el volumen sin corteza, al ser comparada con el modelo obtenido por Rodríguez y Moreno (1982), citado por Acosta y Carrillo (2008), en Puebla, para estimar el volumen de *P. montezumae*, cuya expresión es $V_{sc} = 0.00010 * D^{1.88663} * H^{0.84536}$; y con la ecuación $V_{sc} = 0.000013 * (D^2H)^{1.1183}$, la cual fue generada por Acosta y Carrillo (2008), para esta misma especie, pero para la región noreste del estado de Hidalgo, es posible apreciar diferencias en cuanto al volumen estimado por ambas ecuaciones. En el Cuadro 6 se presenta los volúmenes estimados por las tres ecuaciones. Se observa que la ecuación generada en el

presente estudio, estima en promedio un 26.37 % más respecto a la ecuación generada por Acosta y Carrillo (2008) en el estado de Hidalgo y un 17.38 % más con respecto a la ecuación de Rodríguez y Moreno (1982) generada en el estado de Puebla.

Cuadro 6. Volúmenes estimados por las ecuaciones de Hidalgo y Puebla, comparados con la ecuación generada para *P. montezumae*, en Temascalcingo, Estado de México.

Categorías de Diámetros-Altura	Volumen Hidalgo	Volumen Puebla	Volumen Temascalcingo	Diferencia en %. Hidalgo	Diferencia en %. Puebla
5	0.003	0.008	0.009	68.280	6.702
10	0.028	0.054	0.062	53.839	11.833
15	0.111	0.164	0.193	42.511	14.703
20	0.291	0.361	0.433	32.824	16.682
25	0.615	0.664	0.811	24.199	18.185
30	1.134	1.092	1.355	16.337	19.394
35	1.902	1.665	2.091	9.057	20.401
40	2.977	2.397	3.045	2.240	21.264
45	4.419	3.307	4.241	4.195	22.017
50	6.293	4.411	5.705	10.311	22.685
Promedio				26.379	17.387

En la Figura 9, se puede apreciar que la ecuación generada por Acosta y Carrillo (2008) subestima el volumen desde la categoría diamétrica de 5 al 40, y después de la categoría diamétrica de 45 esta sobrestima el volumen con respecto a la ecuación generada en el presente estudio para Temascalcingo, mientras que con la ecuación generada por Rodríguez y Moreno (1982), esta tiende a subestimar el volumen en todas las categorías diamétricas.

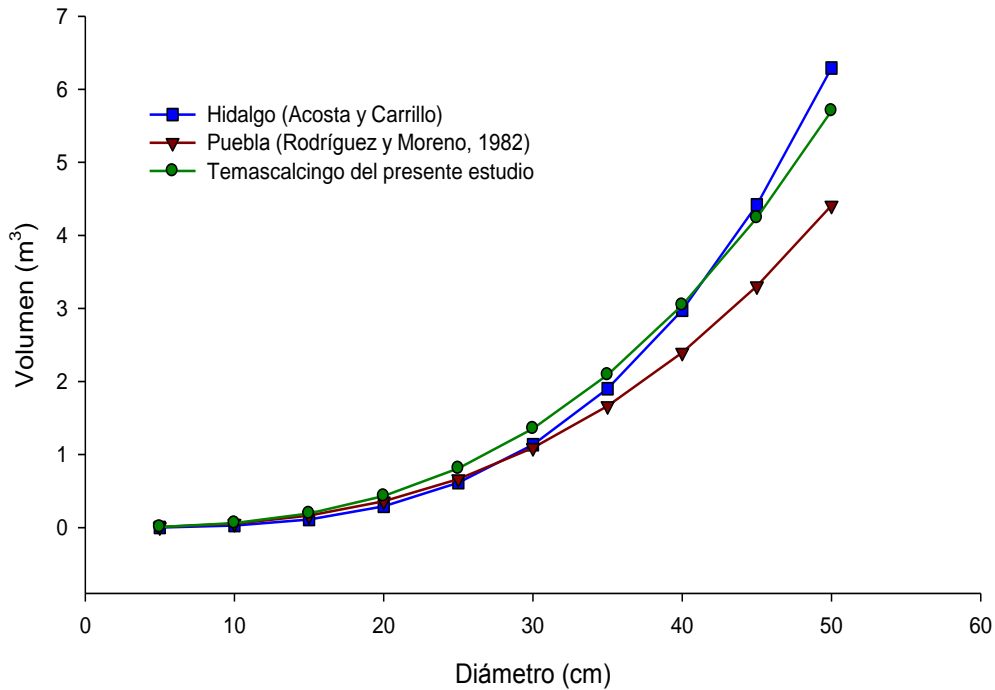


Figura 9. Gráfico de volúmenes sin corteza, estimados por tres diferentes ecuaciones, generadas para *P. montezumae*.

Lo anterior puede atribuirse a que los ámbitos de crecimiento de los árboles cambian de un lugar a otro, además de las variaciones de los diversos factores ambientales (Armendáriz *et al.*, 2004; Ramos *et al.*, 2012).

Por otro lado, Melchor *et al.* (2010) explican que cuando existen ecuaciones para una misma especie estas se deben aplicar con sus reservas, ya que muchas veces se desconoce el tamaño de la muestra con la que se elaboró, así como la manera y precisión con la que fueron realizadas las mediciones y el método que fue usado. De tal manera que es evidente que toda tabla de volumen es aplicable a una superficie forestal limitada (Romahn y Ramírez, 2010).

4.4. Tablas de volumen con y sin corteza

Una vez definidas las ecuaciones tanto para predecir el diámetro con corteza y el volumen sin corteza se procedió a la elaboración de las tablas de volumen (Cuadro 7 y 8), estas se muestran por categorías diamétricas en centímetros y en intervalos de altura de cinco metros respectivamente, además de que se puede utilizar la ecuación para el cálculo del volumen a diferentes diámetros y alturas que no estén presentes en las tablas.

Las áreas sombreadas son las que se recomiendan para su aplicación, ya que después de la altura de 30 m y diámetro de 80 cm esta puede presentar errores, debido a que no se contó con datos a partir de estos rangos.

Cuadro 7. Tabla de volumen sin corteza para *P. montezumae* para Temascalcingo, Estado de México.

Categorías diamétricas (cm)	Altura (m)					
	5	10	15	20	25	30
5	0.00876	0.01679	0.02455	0.03216	0.03964	0.04704
10	0.03216	0.06160	0.09011	0.11802	0.14549	0.17262
15	0.06880	0.13180	0.19278	0.25249	0.31127	0.36931
20	0.11802	0.22608	0.33069	0.43311	0.53393	0.63350
25	0.17936	0.34360	0.50257	0.65823	0.81145	0.96278
30	0.25249	0.48369	0.70749	0.92661	1.14232	1.35534
35	0.33715	0.64587	0.94471	1.23729	1.52532	1.80977
40	0.43311	0.82970	1.21360	1.58946	1.95947	2.32488
45	0.54019	1.03484	1.51364	1.98244	2.44393	2.89968
50	0.65823	1.26096	1.84439	2.41562	2.97795	3.53329
55	0.78708	1.50780	2.20543	2.88849	3.56090	4.22494
60	0.92661	1.77511	2.59642	3.40057	4.19219	4.97396
65	1.07672	2.06267	3.01703	3.95145	4.87131	5.77973
70	1.23729	2.37028	3.46697	4.54074	5.59778	6.64167
75	1.40824	2.69776	3.94597	5.16809	6.37116	7.55928
80	1.58946	3.04493	4.45377	5.83317	7.19107	8.53208
85	1.78089	3.41164	4.99016	6.53568	8.05712	9.55964
90	1.98244	3.79775	5.55491	7.27534	8.96896	10.64153
Modelo de Spurr. $V_{sc} = 0.000095 * (D^2H)^{0.93787}$						

Para la obtención de la tabla de volumen con corteza, se reemplaza en la variable diámetro, la ecuación para estimar el diámetro con corteza, quedando de la siguiente manera (Melchor *et al.*, 2010).

$$V_{cc} = 0.000095 * ((0.17777 + 1.07716 * D)^2 H)^{0.93787}$$

Cuadro 8. Tabla de volumen con corteza para *P. montezumae* para Temascalcingo, Estado de México.

Categorías diamétricas (cm)	Altura (m)					
	5	10	15	20	25	30
5	0.01071	0.02051	0.03000	0.03929	0.04844	0.05747
10	0.03812	0.07303	0.10682	0.13990	0.17247	0.20463
15	0.08073	0.15466	0.22622	0.29628	0.36526	0.43337
20	0.13778	0.26395	0.38607	0.50564	0.62335	0.73959
25	0.20875	0.39991	0.58494	0.76610	0.94444	1.12056
30	0.29327	0.56181	0.82175	1.07626	1.32680	1.57423
35	0.39102	0.74908	1.09567	1.43501	1.76907	2.09897
40	0.50177	0.96123	1.40598	1.84143	2.27009	2.69343
45	0.62528	1.19786	1.75209	2.29473	2.82892	3.35647
50	0.76139	1.45860	2.13347	2.79424	3.44471	4.08709
55	0.90993	1.74315	2.54968	3.33935	4.11671	4.88441
60	1.07074	2.05122	3.00029	3.92952	4.84428	5.74766
65	1.24371	2.38257	3.48495	4.56429	5.62680	6.67611
70	1.42870	2.73696	4.00331	5.24319	6.46375	7.66913
75	1.62561	3.11418	4.55507	5.96583	7.35462	8.72613
80	1.83434	3.51404	5.13993	6.73184	8.29894	9.84656
85	2.05479	3.93636	5.75765	7.54087	9.29631	11.02991
90	2.28687	4.38096	6.40796	8.39260	10.34631	12.27572
$V_{cc} = 0.000095 * ((0.17777 + 1.07716 * D)^2 H)^{0.93787}$						

5. CONCLUSIONES

El modelo de Spurr presentó un buen ajustes tanto estadístico como gráfico, además de que los parámetros estimados presentaron un alta significancia (Pob t), con este modelo se estimó el volumen con y sin corteza para *P. montezumae*.

Los modelos matemáticos de Spurr, Schumacher, y De Thornber presentaron un buen ajuste y pueden ser utilizados para la estimación del volumen con y sin corteza para *P. montezumae*.

Los modelos lineales presentan estadísticos similares a los modelos no lineales, pero estos no se ajustan a los volúmenes reales.

6. RECOMENDACIONES

Para el ajuste de modelos de volumen, se puede utilizar las variables dendrométricas en su forma logarítmica, para evitar la heterocedasticidad de los residuos, o en su defecto realizar una regresión ponderada.

Validar la ecuación obtenida, para tener la certeza de que la ecuación es confiable en la estimación del volumen para esta área y para la especie mencionada.

7. LITERATURA CITADA

- Aguilar R. M (1994) Elaboración de tarifas a partir de análisis troncal. *Revista Ciencias Forestales en México*. 19(76):89-101.
- Acosta M. M y F. Carrillo. A (2008) Tabla de volumen total con y sin corteza para *Pinus montezumae* Lamb. En el estado de Hidalgo. Folleto técnico No. 7. INIFAP. Campo experimental Pachuca. Pachuca, Hidalgo, México. 20 p.
- Armendáriz O. R., A. Quiñones. C, M. Cano. R., P. Juárez. T., H. O. Rubio. A., J. Rentería. A (2003a) Tabla de Volumen para *Pinus herrerae* y *Pinus durangensis* en el ejido Monterde, municipio de Guazapares, Chihuahua. Folleto técnico No. 21. INIFAP. México. 20 p.
- Armendáriz O. R., A. Quiñones. C., M. Cano. R, M. Martínez. S., P. Juárez. T., H. Rubio. A., J. Rentería. A (2004) Tabla de Volumen para *Pinus arizonica* Engel y *Pinus engelmannii* Carr., en el ejido Chinatú, Municipio de Guadalupe y Calvo, Chihuahua. Folleto técnico No. 29. INIFAP. México. 21 p.
- Armendáriz O. R., A. Quiñones. C., M. Cano. R., M. Martínez. S., P. Juárez. T., H. O. Rubio. A (2003b) Tabla de Volumen para *Pinus arizonica* Engel., en el ejido Pilares, municipio de Balleza, Chihuahua. Folleto técnico No. 26. INIFAP. México. 23 p.
- Aguilar R. M y J. C. Velarde. R (2001) tablas de volumen para estimar el volumen forestal. INIFAP. Publicación técnica Núm. 1. 48 p.
- Barrena A. V. M., J. Dance. C., D. Sáenz. Y (s.f) Metodología para la selección de ecuaciones de volumen. *Revista forestal del Perú*. 13(2):1-10.
- Barrena A. V. M (1988) La regresión ponderada en la elaboración de ecuaciones de volumen. *Revista forestal del Perú*. 15(2):21-28.
- Cailliez F (1980) Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. FAO. Roma, Italia. pp:36-73.

- CONABIO (1995) Cartografía digital Edafológica. E14A17. Escala: 1: 150,000. México.
- Cruz C. F., R. Median. S., A. Alain., F. Jiménez., L. Nájera. L., F. García. C (2016) Ecuaciones de volumen para *Arbutus* spp. (madroño) en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Revista Investigación y Ciencias*. 24(68):41-47.
- CONAFOR (2012) Inventario Nacional Forestal y de Suelos. Coordinación General de Planeación e Información a través de la Gerencia de Inventario Forestal y Geomática. Zapopan, Jalisco, México. 74 p.
- Carrillo A. F., M. Acosta. M., G. Tenorio. G., F. Becerra. L (2004) Tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. et Cham., en Hidalgo, Folleto técnico No. 2. INIFAP. Centro de Investigación Regional del Centro, Campo experimental Pachuca. Pachuca, Hidalgo, México. 13 p.
- Cumplido O. R (2002) Tabla de volumen e incremento para tres especies del género *Pinus* de tres predios del estado de Chihuahua, México. Tesis Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 144 p.
- Contreras A. J. C. y J. J. Návar. C (2004) Ecuaciones aditivas para estimar componentes de volumen para *Pinus teocote* Schl., de Durango. *Revista ciencias Forestales en México*. 27(91):67-81.
- Cancino J (2012) Dendrometría Básica. Universidad de Concepción. Facultad de Ciencias Forestales. Concepción, Chile. pp:42-94.
- Corral R. S y J. J. Návar. C (2008) Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino en Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y Ambientales*. 15(1):5-13.
- Da Cunha A. T. y C. A. Guimarães. F (2009a) Modelos de regresión para estimar volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L., en el sureste de Brasil. *Revista forestal (Costa Rica)*. 6(16):1-15.

- Da Cunha A.T., J. O. Vargas. M., M. Escalier. H (2009b) Ajuste y selección de modelos de regresión para estimar volumen total árbol. Cochabamba, Bolivia. Documento técnico No. 5. FOMABO. pp:28
- Estrada C. E (1997) Elaboración de tablas de volumen general para *Pinus oocarpa* y *Pinus maximinoi*, del bosque del Uyuca, El Zamorano, Honduras. Tesis licenciatura. Escuela Agrícola Panamericana, Departamento de Recursos Naturales y Conservación Biológica. Morazán, Honduras. 57 p.
- FAO (2010) Evaluación de los Recursos Forestales Mundiales. Informe principal. Estudio FAO: Montes. Roma, Italia. 163 p.
- García E (1998a) Cartografía digital clima. E14A17. Escala: 1:100,000. CONABIO. México.
- García E (1998b) Cartografía digital precipitación, modificación al sistema de clasificación climática de Koppen. E14A17. Escala 1:100,000. CONABIO. México.
- Hernández S. N (2013) Tabla de volumen para Cedro Rojo (*Cedrela odorata* L.) en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. Tesis licenciatura. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Coahuila, México. 58 p.
- Hernández R. J., A. Hernández. R., X. García. C., J. C. Tamarit. U., L. Martínez. A., J. García. M (2017) Ecuaciones de volumen total y de razón para estimar el volumen comercial de *Swietenia macrophylla* King. *Revista Colombia Forestal*. 21(01):34-46.
- INEGI (1997) Cartografía digital Uso de suelo y vegetación. E14A17. Escala: 1:250,000. México.
- Imaña E. J y O. Encinas. B (2008) Epidometría Forestal. Universidad de Brasil, Departamento de Ingeniería Forestal, Facultad de ciencias forestales, Mérida, Brasil. pp:24-32.
- Klepac D (1976) Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Universidad Autónoma Chapingo. México. pp:13-20.

- Martínez L. J y A. Acosta .R (2014) Estimación del diámetro, altura, volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina*, en Ixtlán, Oaxaca, Méx. *Revista Madera y Bosques*. 20(1):59-70.
- Moret Y. A., M. Juárez, A. Mora (1998) Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la unidad experimental de la reserva forestal Caparo, Estado de Barinas, Venezuela. *Revista. Forestal. Venezolana*. 42(1):42-50.
- Machado C. E. G., A. Pereira., A. Ríos. N (2003) Tabla de volumen para *Buchenavia capitata*, Vahl. Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho-Revista de Ciencias Forestales*. 10(8):76-82.
- Melchor M. J. I., A. E. Romero. H., M. Rodríguez. A., J. G. Salazar. G (2010) Tabla de volumen para *Pinus chiapensis*. INIFAP. Folleto técnico No. 50. Centro regional Golfo Centro Veracruz, Ver. México. 23 p.
- Muños F. H. J., J. C. Velarde. R., J. J. García. M., J. T. Sáenz. R., E. H. Olvera. D., J. Hernández. R (2012) Predicción de volúmenes de fuste total para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*. 3(14):12-22.
- Martínez M. J., P. Ara. L., I. Gonzales. D (1993) Ecuaciones alométricas de tres variables: estimación del volumen, crecimiento y porcentaje de corteza de las principales especies maderables de España. *Invest. Agrar., Sisit. Recur. For.* 2(2):212-227.
- Navarro M. J., A. Borja. R., M. A. Musalem. S., H. Ramírez. M., D. Granado. S (2003) Ecuaciones y tablas de volumen comercial con y sin corteza para *Peltogyne mexicana* Martínez, una especie amenazada del estado de Guerrero, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y Ambientales*. 8(2):133-139.
- Prodan M., P. Roland., F. Cox, P. Real (1997) *Mesura Forestal*. Instituto Internacional para la Agricultura (IICA). Costa Rica. pp:95-126.
- Picard N., L. Saint. A., M. Henry (2012) Manual de construcción de ecuaciones alométricas para estimar el volumen y la biomasa de los árboles: del trabajo de campo a la predicción. FAO y CIRAD. Roma, Montpellier. pp:111-117.

- Ramírez M. A., W. Santiago. G., G. Quiñones. B., F. Ruiz. A., P. Martínez. A (2016) Modelos de volumen fustal para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Revista Mexicana de Agroecosistemas*. 3(2):61-74.
- Romero H. A. E (2005) Tabla de volúmenes para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen, en su área de distribución natural en los estados de Puebla y Veracruz. Tesis licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 83 p.
- Romahn V. C. F y H. Ramírez. M (2010) Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. pp:83-110.
- Ramos U. J. A., J. J. García. M., J. Hernández. R., X. García. C., J. C. Valdez. R., H. J. Muños. F., G. G. García. E (2012) Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de *Pinus* en la Sierra Purépecha de Michoacán. *Rev. Méx. Cien. For.* 5(23):92-109
- Salas E. C (2002) Ajuste y validación de ecuaciones de volumen para un relicto del bosque de Roble-Laurel-Lingue. *Bosque (Valdivia)*. 23(2):81-92.
- Salas M. L. M., S. Terrazas. D, E. Vargas. P (2003) Programa de Cómputo para la Generación de Tablas de Volúmenes Maderables. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y de Ambiente*. 8(1):57-70.
- Santiago G. E (2013) Elaboración de una tabla de volumen para la especie *Pinus rudis* Endl. En el Rancho San José de la Joya, Galeana, Nuevo León. Tesis Licenciatura. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Coahuila, México. 45 p.
- Torres R. J. M (2004) Informe Nacional México. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma, Italia. 86 p.
- Tschieder E. F., E. Fassola. H., M. García. C (2011) Ecuaciones de Volumen total para *Populus deltoides* del Bajo Delta de Panamá. *Revista de investigación Agropecuaria*. 37(2).172-179.
- Vidal Z. R (1990) Cartografía digital temperatura. E14A17. Escala: 1:4000000. CONABIO. México.

Velasco B. E., S. Madrigal. H., I. Vázquez. C., F. Moreno. S., A. González. H (2007)
Tabla de volúmenes con corteza para *Pinus douglasiana* y *Pinus pseudostrobus*
del sur-occidente de Michoacán. *Revista Ciencia Forestal de México*. 32(101):
93-115.

8. ANEXOS

Anexo 1. Formato de campo para el registro de datos para los análisis troncales de *P. montezumae*, para Temascalcingo, Estado de México.

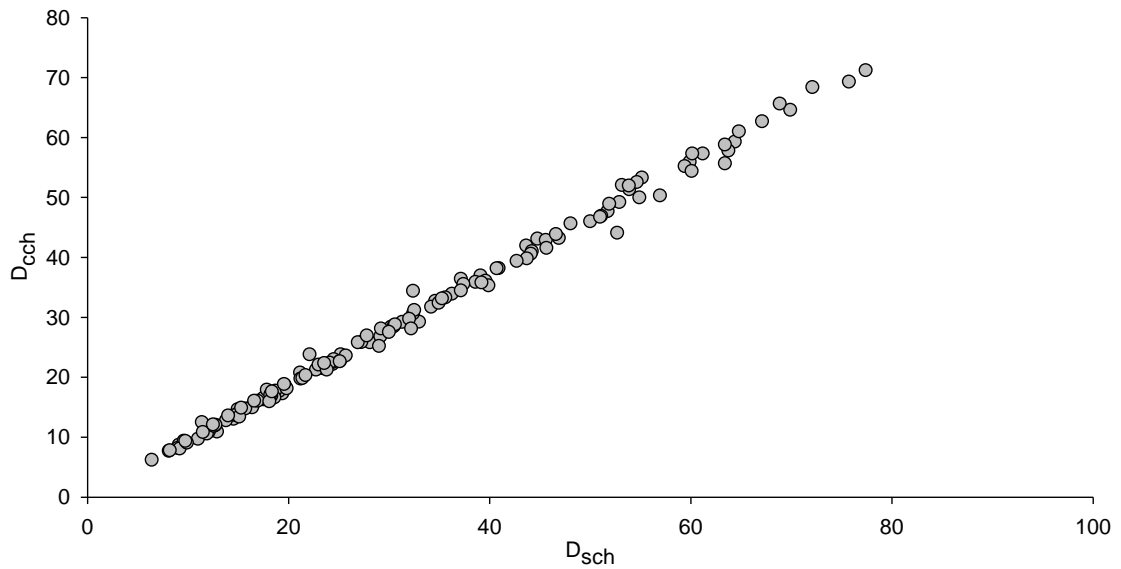
Localidad: _____ Fecha: _____

Número de árbol: _____ coordenadas: x= _____ y= _____ exp: _____

altura de las secciones (m)	Número de anillos	Edad de las secciones (años)	Diámetro de la sección sin corteza (cm)	Diámetro de la sección con corteza (cm)	Diámetro sin corteza a la edad de:							
					5	10	15	20	25	30	35	
0.20												
2.60												
5.40												
8.0												
10.6												
13.2												

Anexo 2. Formato Excel para la obtención del volumen mediante la metodología de análisis troncal.

DN	Edad	altura de la sesión	Diámetro sin corteza a la edad de					Diámetro sin corteza	Diámetro con corteza
			5	10	15	20	25		
Volumen total									



Anexo 3. Gráfico de dispersión de los valores observados de diámetro con corteza (D_{cch}) en función del diámetro sin corteza (D_{sch}) a diferentes alturas de *P. montezumae*.

Anexo 4. Análisis de varianza del modelo de Spurr en su forma logarítmica para la estimación del volumen sin corteza.

Fuente de variación	GL	SC	CM	R^2 aj	Pr>F
Modelo	1	371.1210	371.1210	0.9436	<0.0001
Error	166	21.90907	0.13198		
Total	167	391.2060	2.34255		

Donde: GL=grados de libertad, SC=suma de cuadrados, CM=cuadrado medio, R^2 aj= Coeficiente de determinación ajustado, Pr>F= Probabilidad exacta de F.